

電磁気学 B 期末テスト (2005.2.17(木)2 限 ; L0035) 佐藤勝昭教員

問題 1 ローレンツ力の問題 [40 点]

一様な静磁場 \vec{B} [T] 中での荷電粒子 (電荷 q [C], 質量 m [kg]) の運動は、次の方程式で表される。

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (1)$$

ここで $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ 、 $\vec{B} = (0, 0, B_0)$ とする。また、重力は無視する。

1) 式を(1)の両辺を x, y, z 各成分について等しいとして、右辺を書き下せ。

$$m \frac{dv_x}{dt} = \quad , \quad m \frac{dv_y}{dt} = \quad , \quad m \frac{dv_z}{dt} =$$

2) 時刻 $t=0$ に原点 $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ から x 軸の負の方向へ初速度 $\vec{v}_0 = (-v_0, 0, 0)$ で電荷 q [C], 質量 m [kg] の粒子を入射させたとする。このとき、粒子は x, y 面内で運動することを示せ。(ヒント: の微分方程式を解き、初期条件を代入して時刻 t における位置の z 成分を求めよ。)

3) 次に、 と の連立微分方程式から v_y を消去して、 v_x についての微分方程式 を立てよ。

4) を初期条件 ($t=0$ で $v_x = -v_0$, $\dot{v}_x = 0$) のもとで解き、 $v_x(t) =$ を求めよ。(ヒント: この解は時間についての余弦関数となる。はじめに角振動数を ω [rad/s] として式を解き、あとで ω (サイクロトロン角振動数) を求めよ。

5) の結果を に代入し初期条件 ($t=0$ で $v_y = 0$) を使って $v_y(t) =$ を求めよ。

6) 上で求めた 、 はそれぞれ位置 x, y についての 1 次の微分方程式と見ることができる。初期条件 ($t=0$ で $x=0, y=0$) のもとで微分方程式を解いて $x(t) =$ と $y(t) =$ を求めよ。

7) と から粒子は円運動(サイクロトロン運動)することを示し、サイクロトロン半径 $R =$ を求めよ。

8) 粒子の軌道を図示せよ。

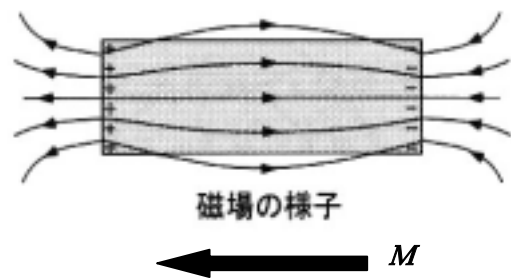
問題 2 磁性体に関する問題 [20 点]

磁性体の磁気分極ベクトルを \vec{M} [Wb/m²]、磁場ベクトル \vec{H} [A/m] とすると、磁性体中の磁束密度ベクトル \vec{B} [T] は、 $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M}$ で与えられる。一方、真空中では、磁束密度ベクトルと磁場ベクトルの間には $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ の関係がなりたつ。このことに注意して、以下の問題に答えよ。

1) 軟質磁性体(ニッケル、パーマロイなど)では、磁場が小さいとき磁気分極 \vec{M} は磁場 \vec{H} に比例する。すなわち $\vec{M} = \mu_0 \chi \vec{H}$ で表される。ここに χ は磁気分極率または磁化率と呼ばれる物理量である。磁性体中の磁束密度ベクトルと磁場ベクトルの関係を $\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H}$ と表わしたときの比透磁率 μ_r を、 χ によって示せ。

2) 硬質磁性体では磁気分極は磁場に比例しない。初期状態では磁気分極をもたないが、磁場を増加すると飽和し、磁場をゼロにしても磁気分極が残る。このような性質を磁気ヒステリシスという。磁気ヒステリシスを図示せよ。

3) 棒磁石では両端に正負の磁荷が生じており、磁場 \vec{H} は正の磁荷からわき出し、負の磁荷に吸い込まれるので、図に示すような形状となる。解答用紙の 印の点において、磁束密度 \vec{B} を描け。さらに、その結果から推測して磁性体の内外の磁束密度 B を線で示せ。ただし、磁気分極(磁化) M は右から左へ磁石の長手方向に平行であるとする。



問題3 電流による磁場 [10点]

無限に広い平面電流による磁場と無限に広い一様な電荷による電場との類似点と相違点につき (必要なら図を使って) 示せ。

問題4 マクスウェルの方程式 [20点]

マクスウェルの方程式は変動する電磁場に対して成立する電磁気の基本方程式である。

1) マクスウェルは、静電磁場に対して成り立つ2つの式

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{j} \quad (1)$$

$$\text{rot}\vec{E} = 0 \quad (2)$$

に、それぞれどのような項を付け加えたのか。

2) 式(1)の右辺に付け加えた項の物理的意味は何か。

3) 式(2)の右辺に付け加えた項の物理的意味は何か。

4) 上記のような項が付け加わったため電磁波における電場と磁場の関係および、進行方向と電場の関係がえられた。真空中を伝わる電磁波の場合についてこれらの関係を言葉で表せ。

問題5 電磁波についての問題 [10点]

マクスウェルの方程式を解くと真空中を伝播する電磁波の電場は $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$ と表される。

$\vec{k} = (2, 0, 0)$ [rad/m] のとき以下の間に答えよ。ただし、真空の誘電率は $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ [F/m]、真空の透磁率は $\mu_0 = 1.26 \times 10^{-6}$ [H/m] である。

(1) \vec{k} および ϵ_0 , μ_0 から電磁波の角振動数 ω [rad/s] を求めよ。

(2) 電磁波の速度 c [m/s] と波長 λ [m] を求めよ。