

第 5 回の質問・感想・注文など

1. Kramers-Kronig の関係についてしっかり勉強したいと思った (K1)。Kramers-Kronig の関係の物理的な意味がわかってよかった (K2)。
2. 毎回、数学的な説明や式の導出などを丁寧にやっていただけるので、とても助かります(T1)。非常にわかりやすい授業ありがとうございます。個人的には、円偏光の選択則と量子化軸の関係に興味を持っていますので、楽しみにしています(I 君)。
3. Kramers-Kronig の関係は、広範囲での $\epsilon(\omega)$ が必要になるようですが、実験的にはどの程度有効なのですか(W さん)。
A: 直接 $\epsilon'(\omega)$, $\epsilon''(\omega)$ を測定できる分光エリプソメトリの波長範囲は通常、0.3-1.5 μm です。この範囲外までのデータが必要なときは、もっと広い波長範囲で測定できる反射スペクトルから、Kramers-Kronig 変換によって、移相量を求め、 $\epsilon'(\omega)$, $\epsilon''(\omega)$ を求めます。測定範囲外の変動があまり大きくないときには、測定範囲外に適当な外挿を行って、エリプソで測定した狭い範囲のデータを再現するように外挿パラメータを最適化します。かなりの程度有効です。
4. 数学的なことですが、光の反射のページで、誘電率をスカラーで表しているのがわかりません。(K3 さん)
A: 反射の話のところでは等方性の媒質の、磁性のない場合を前提にしています。従って、スカラーでよいのです。
5. Kerr 効果の式(3.78),(3.79),(3.80)の導出について、具体的な式はなくてよいので、簡単な説明をしていただくと助かります。(Y1)
→A: 本日の授業で、復習します。
6. 反射の際の波数ベクトルの(面内成分の)連続性について、自分は、振動数が連続と考えていました。単位時間内に入ってくる波数と、出て行く波の数は等しいということからそう考えていたのですが、どういう理由から波数は連続になるのですか(4 年 G 君)→
A: K は空間周波数です。逆数が波の空間的な波長です。波の空間的な波長の境界面内成分が連続ということであると教えてください。
7. 式から想像するに、Kerr 回転角だけでなく反射率にも温度依存性があるかと思いますが、Kerr 回転角の温度依存性を知るには、Kerr 測定だけでなく、反射率だけの温度依存性を測定する実験もやらなければならないのでしょうか。(U 君)
8. 自分の知る限り、分光エリプソメトリは表面の状態に非常に依存すると理解しています。InP 上に成長した MnP ウィスカーの集合体の誘電関数はどのように求められるのでしょうか?(O 君)→A. 例が悪かったですね。おっしゃるとおりなので、どうやれば、うまく解析できるのか、検討中です。いいアイデアがあれば、教えてください。
9. 吸収係数が異常に大きくなると R=1 に近づいて、反射率が 100% に近くなると聞いたのですが、普通は κ が小さい方が反射率は大きくなる気がします。(Y2 君)
10. 今回は、光が物質の表面で反射された場合を考えましたが、実際の測定において、物質内部からの反射が無視できない場合は無いのでしょうか。(N1 君)→A. 人工格子や多層膜の場合、内部の境界面からの反射が関係してくるので、多重干渉の効果のため、複雑になります。

物性物理学特論 A

磁気光学入門第6回 - 磁気光学効果の電子論(1):古典電子論 -

佐藤勝昭
慶應義塾大学講師(非常勤)
東京農工大学名誉教授・工学府特任教授
(独)科学技術振興機構(JST)戦略的創造研究事業さきがけ
「革新的次世代デバイスを目指す材料とプロセス」研究総括

復習コーナー

複素振幅反射率(Fresnel係数)

$$\begin{aligned}
 \text{P偏光の反射} \longrightarrow r_p &= \frac{E_1^p}{E_0^p} = \frac{K_2 \cos \psi_0 - K_0 \cos \psi_2}{K_2 \cos \psi_0 + K_0 \cos \psi_2} \\
 &= \frac{K_2^2 \cos \psi_0 - K_0^2 \sqrt{K_2^2 - K_0^2 \sin^2 \psi_0}}{K_2^2 \cos \psi_0 + K_0^2 \sqrt{K_2^2 - K_0^2 \sin^2 \psi_0}} = \frac{\tan(\psi_0 - \psi_2)}{\tan(\psi_0 + \psi_2)} \\
 \text{S偏光の反射} \longrightarrow r_s &= \frac{E_1^s}{E_0^s} = \frac{K_0 \cos \psi_0 - K_2 \cos \psi_2}{K_0 \cos \psi_0 + K_2 \cos \psi_2} \\
 &= \frac{K_0 \cos \psi_0 - \sqrt{K_2^2 - K_0^2 \sin^2 \psi_0}}{K_0 \cos \psi_0 + \sqrt{K_2^2 - K_0^2 \sin^2 \psi_0}} = -\frac{\sin(\psi_0 - \psi_2)}{\sin(\psi_0 + \psi_2)}
 \end{aligned}$$

ここに、 $r_p = |r_p| e^{i\phi_p}$, $r_s = |r_s| e^{i\phi_s}$ である。

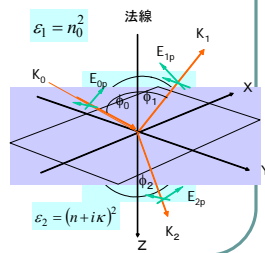
復習コーナー

斜め入射の場合の反射

- 反射は界面における電磁波の伝搬の境界条件により決められる。

K の x 成分の連続性
 $K_0 \sin \phi_0 = K_1 \sin \phi_1 = K_2 \sin \phi_2$
 これより Snell の法則が導かれる。

$$\begin{aligned}
 \psi_0 &= \psi_1 \\
 \frac{\sin \psi_2}{\sin \psi_0} &= \frac{K_0}{K_2} = \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}} = \frac{\hat{N}_1}{\hat{N}_2}
 \end{aligned}$$



課題

1. 式(4.7)から式(4.9)が導かれることを確かめてください。
2. 今回の講義の感想・質問等を書いてください。

復習コーナー
エリプソメトリ(偏光解析)

$$\frac{r_s}{r_p} = -\frac{\cos(\psi_0 - \psi_2)}{\cos(\psi_0 + \psi_2)} = \left| \frac{r_s}{r_p} \right| \exp(i\delta) \equiv \tan \rho \exp(i\delta)$$

- ρ azimuth (方位角)
- δ phase (位相差)
- 反射は方位角 ρ と位相差 $\delta = \phi_p - \phi_s$ によって記述できる。反射光は一般には楕円偏光になっているが、そのp成分とs成分の逆正交角 ρ と位相差 δ を測定すれば ρ, δ が求められる。(測定には1/4波長板と回転検光子を用いる。)この方法を偏光解析またはエリプソメトリという。

復習コーナー
P偏光反射率とS偏光反射率

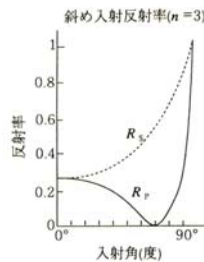
- 第1の媒体が真空、第2の媒体の複素屈折率が \hat{N} の場合

$$R_p = \frac{\hat{N}^2 \cos \psi_0 - \sqrt{\hat{N}^2 - \sin^2 \psi_0}}{\hat{N}^2 \cos \psi_0 + \sqrt{\hat{N}^2 - \sin^2 \psi_0}}$$

$$R_s = \frac{\cos \psi_0 - \sqrt{\hat{N}^2 - \sin^2 \psi_0}}{\cos \psi_0 + \sqrt{\hat{N}^2 - \sin^2 \psi_0}}$$

復習コーナー
入射角に依存する反射率

- P偏光とS偏光では反射率の入射角依存性が異なる。



復習コーナー
垂直入射の光強度反射率と位相

- $R = r^*r = |r|^2$ は光強度の反射率、 θ は反射の際の位相のずれ

$$R = \frac{(1-n)^2 + \kappa^2}{(1+n)^2 + \kappa^2} \quad \theta = \tan^{-1} \frac{-2\kappa}{n^2 + \kappa^2 - 1^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = \frac{1-R}{1+R-2\sqrt{R} \cos \theta} \\ \kappa = \frac{2\sqrt{R} \sin \theta}{1+R-2\sqrt{R} \cos \theta} \end{cases}$$

復習コーナー
反射率と位相

- Kramers-Kronig(クラマースクロニヒ)の関係

$$\theta(\omega) = \frac{\omega}{\pi} P \int_0^\infty \frac{\ln R(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'$$

復習コーナー
磁気光学カー効果

$$\theta_K = -\frac{\theta_+ - \theta_-}{2} \equiv -\frac{\Delta\theta}{2}$$

$$\eta_K = \frac{|r_+| - |r_-|}{|r_+| + |r_-|} \equiv \frac{1}{2} \frac{\Delta r}{r} = \frac{1}{4} \frac{\Delta R}{R}$$

- 磁気力一回転角 ϕ_K と磁気力楕円率 η_K をひとまとめにした複素カー一回転 Φ_K

$$\Phi_K = \phi_K + i\eta_K = -\frac{\Delta\theta}{2} - i\frac{\Delta r}{2r} = -i\frac{\Delta\hat{r}}{2\hat{r}} \approx i\frac{1}{2} \ln \left(\frac{\hat{r}_-}{\hat{r}_+} \right)$$

復習コーナー
式の誘導

(3.78)

- r_\pm を N_\pm を使って表し、 N_\pm に $\epsilon_{xx} \pm i\epsilon_{xy}$ を代入すると、

$$\hat{r}_\pm = \frac{N_\pm - n_0}{N_\pm + n_0} = \frac{\sqrt{\epsilon_{xx} \pm i\epsilon_{xy}} - n_0}{\sqrt{\epsilon_{xx} \pm i\epsilon_{xy}} + n_0} \approx \frac{\sqrt{\epsilon_{xx}(1 \pm i\epsilon_{xy}/\epsilon_{xx})} - n_0}{\sqrt{\epsilon_{xx}(1 \pm i\epsilon_{xy}/\epsilon_{xx})} + n_0} = \frac{\sqrt{\epsilon_{xx}}(1 \pm i\epsilon_{xy}/2\epsilon_{xx}) - n_0}{\sqrt{\epsilon_{xx}}(1 \pm i\epsilon_{xy}/2\epsilon_{xx}) + n_0}$$

$$= \frac{\sqrt{\epsilon_{xx}} - n_0 \pm i\epsilon_{xy}/2\sqrt{\epsilon_{xx}}}{\sqrt{\epsilon_{xx}} + n_0 \pm i\epsilon_{xy}/2\sqrt{\epsilon_{xx}}} = \frac{\sqrt{\epsilon_{xx}} - n_0}{\sqrt{\epsilon_{xx}} + n_0} \frac{1 \pm i\epsilon_{xy}/2\sqrt{\epsilon_{xx}}(\sqrt{\epsilon_{xx}} - n_0)}{1 \pm i\epsilon_{xy}/2\sqrt{\epsilon_{xx}}(\sqrt{\epsilon_{xx}} + n_0)} \approx \hat{r} \left\{ 1 \pm \frac{i n_0 \epsilon_{xy}}{\sqrt{\epsilon_{xx}}(n_0^2 - \epsilon_{xx})} \right\}$$

(ここに、 $\hat{r} = (\sqrt{\epsilon_{xx}} - n_0)/(\sqrt{\epsilon_{xx}} + n_0)$ は、偏光を考えないときのフレネル係数です)

が得られますから、式(3.81)に代入すると式(3.82)となります。

$$\Phi_K = i\frac{1}{2} \ln \left(\frac{\hat{r}_-}{\hat{r}_+} \right) = i\frac{1}{2} \ln \left(\frac{\hat{r} \left(1 - \frac{i n_0 \epsilon_{xy}}{\sqrt{\epsilon_{xx}}(n_0^2 - \epsilon_{xx})} \right)}{\hat{r} \left(1 + \frac{i n_0 \epsilon_{xy}}{\sqrt{\epsilon_{xx}}(n_0^2 - \epsilon_{xx})} \right)} \right) \approx i\frac{1}{2} \ln \left(1 - \frac{2i n_0 \epsilon_{xy}}{\sqrt{\epsilon_{xx}}(n_0^2 - \epsilon_{xx})} \right) \approx \frac{n_0 \epsilon_{xy}}{\sqrt{\epsilon_{xx}}(n_0^2 - \epsilon_{xx})} \quad (3.82)$$

復習コーナー
複素カー一回転

$$\Phi_K \approx \frac{\epsilon_{xy}}{(1 - \epsilon_{xx})\sqrt{\epsilon_{xx}}}$$

- この式から、カー効果が誘電率の非対角成分 ϵ_{xy} に依存するばかりでなく、分母に来る対角成分 ϵ_{xx} にも依存することがわかる。

磁気光学効果の電子論

- 今回: 古典電子論 (光と磁気第4章4.1、4.2)
- 電子を古典的な粒子として扱い、磁場中の古典的運動方程式を解いて電子の変位を求め、分極や誘電率を計算します。
- 次回は量子論にもとづく扱いをお話します。

電気分極は、電気双極子の総和

- 電気分極 P は単位体積あたりの電気双極子の総和を表しているため、電気双極子(電荷 $\pm q$ 、距離 u)密度を N とすると、 P は次式であらわされます。

$$P = Nqu \quad (4.5)$$

- したがって、電界 E を加えたときの電荷対の相対変位 u を見積もることができれば、電気感受率、ひいては、比誘電率を求めることができます。

運動方程式の振動解

$$\text{運動方程式} \quad m \frac{d^2 u}{dt^2} + m\gamma \frac{du}{dt} + m\omega_0^2 u = q \left(E + \frac{du}{dt} \times B \right) \quad (4.6)$$

$B = (0, 0, B)$ (磁界は z 方向を向いているとします。)
 $E = E_0 \exp(-i\omega t)$ $u = u_0 \exp(-i\omega t)$ (振動解を仮定します。)

$$-m\omega^2 u - im\omega\gamma u + m\omega_0^2 u = q(E - i\omega u \times B) \quad (4.7)$$

$$\left. \begin{aligned} m(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)x - i\omega qBy &= -qE_x \\ i\omega qBx + m(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)y &= -qE_y \\ m(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)z &= -qE_z \end{aligned} \right\} (4.8)$$

という連立方程式が得られます。

電気分極 P を求める

- $P = nqu$ により分極 P を求めます。

$$\begin{aligned} P_x &= -\frac{nq^2}{m} \frac{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} E_x - \frac{nq^2}{m} \frac{i\omega\omega_c}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} E_y \\ P_y &= \frac{nq^2}{m} \frac{i\omega\omega_c}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} E_x - \frac{nq^2}{m} \frac{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} E_y \\ P_z &= -\frac{nq^2}{m} \frac{1}{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2} E_z \end{aligned}$$

ここに $\omega_c = |qB/m|$ はサイクロトロン角振動数です。

誘電率に変換する

- $\epsilon_{ij} = \delta_{ij} + \chi_{ij}$ を用いて、誘電率テンソルに変換します。

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx}(\omega) &= 1 - \frac{nq^2}{m\epsilon_0} \frac{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} \\ \epsilon_{xy}(\omega) &= -\frac{nq^2}{m\epsilon_0} \frac{i\omega\omega_c}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} \\ \epsilon_{zz}(\omega) &= 1 - \frac{nq^2}{m\epsilon_0} \frac{1}{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2} \end{aligned} \quad (4.10)$$

誘電率と電気分極

- 物質中の電束密度は D は、真空中での電束密度 $\epsilon_0 E$ に物質の電気分極 P がもたらす電束密度を付け加えたものとなっています。

$$D \equiv \tilde{\epsilon} \epsilon_0 E = \epsilon_0 E + P \quad (4.1)$$

- 一般に、電気分極 P は印加電圧に依存し、電気感受率テンソルを用いて、次式のように表せます。

$$P = \epsilon_0 \tilde{\chi} E \quad (4.2)$$

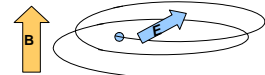
$$\text{比誘電率テンソルは } \tilde{\epsilon} = 1 + \tilde{\chi} \quad (4.3)$$

$$\text{成分で書くと } \epsilon_{ij} = \delta_{ij} + \chi_{ij} \quad (4.4)$$

電界・磁界のもとにおける荷電粒子の運動

- 古典力学の運動方程式を考えます。

- 荷電粒子の電荷 q [C]、質量 m [kg]
- 荷電粒子の変位 $u = (x, y, z)$ [m]
- 慣性力 $m d^2 u / dt^2$
- 摩擦力 $m\gamma du / dt$
- Lorentz力 $q(E + v \times B) = q(E + du/dt \times B)$



変位 u を求める

- 連立方程式を解いて、変位 $u = (x, y, z)$ を求めます。

$$\begin{aligned} x &= -\frac{q}{m} \frac{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} E_x - \frac{q}{m} \frac{i\omega\omega_c}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} E_y \\ y &= \frac{q}{m} \frac{i\omega\omega_c}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} E_x - \frac{q}{m} \frac{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} E_y \\ z &= -\frac{q}{m} \frac{1}{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2} E_z \end{aligned}$$

電気感受率を求める

- $P = \chi \epsilon_0 E$ により電気感受率 χ を求めます。

$$\begin{aligned} P_x &= \epsilon_0 (\chi_{xx} E_x + \chi_{xy} E_y) \\ P_y &= \epsilon_0 (-\chi_{xy} E_x + \chi_{xx} E_y) \\ P_z &= \epsilon_0 \chi_{zz} E_z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \chi_{xx}(\omega) &= -\frac{nq^2}{m\epsilon_0} \frac{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} \\ \chi_{xy}(\omega) &= -\frac{nq^2}{m\epsilon_0} \frac{i\omega\omega_c}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} \\ \chi_{zz}(\omega) &= -\frac{nq^2}{m\epsilon_0} \frac{1}{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2} \end{aligned} \quad (4.9)$$

より、非対角成分は磁界に比例することがわかります。

伝導率テンソルであらわすと

- (4.10)式を σ で書き直すと

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}(\omega) &= i\omega \frac{nq^2}{m} \frac{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} \\ \sigma_{xy}(\omega) &= -\frac{nq^2}{m\epsilon_0} \frac{\omega^2 \omega_c}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} \\ \sigma_{zz}(\omega) &= i\omega \frac{nq^2}{m\epsilon_0} \frac{1}{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2} \end{aligned} \quad (4.11)$$

磁界ゼロの場合：ローレンツの式

- $B=0$ なので $\omega_c=0$ を代入するとLorentzの分散式が得られます。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{xx}(\omega) = \varepsilon_{zz}(\omega) &= 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \frac{1}{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2} \\ \varepsilon_{xy}(\omega) &= 0 \end{aligned} \right\} (4.12)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon'_{xx}(\omega) &= 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2\gamma^2} \\ \varepsilon''_{xx}(\omega) &= \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \frac{\omega\gamma}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2\gamma^2} \end{aligned} \right\} (4.13)$$

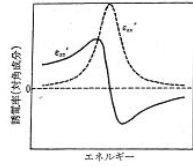


図 4.1 変換された電子の古典的運動方程式より得られた誘電率テンソルの対角成分のスペクトル。実線は実数部、点線は虚数部。

磁界がなく、束縛項もない場合：ドルーデの式

- $\omega_c=0, \omega_0=0$ とくとDrudeの式が得られます。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{xx}(\omega) = \varepsilon_{zz}(\omega) &= 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \frac{1}{\omega(\omega + i\gamma)} \\ \varepsilon_{xy}(\omega) &= 0 \end{aligned} \right\} (4.14)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon'_{xx}(\omega) &= 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \frac{1}{\omega^2 + \gamma^2} \\ \varepsilon''_{xx}(\omega) &= \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \frac{\gamma}{\omega(\omega^2 + \gamma^2)} \end{aligned} \right\} (4.15)$$

$\omega=0$ のとき実数部はゼロを横切ります。
 $\omega \rightarrow 0$ のとき虚数部は発散します。

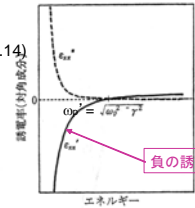


図 4.2 自由電子の古典的運動方程式より得られた誘電率テンソルの対角成分のスペクトル。いわゆるドルーデ型のスペクトル。実線は実数部、点線は虚数部。

プラズマ振動数

- Drudeの式で、ダンピング項 γ を0としたとき、 ε の実数部が0となる振動数を自由電子プラズマ振動数 ω_p とよび下の式で求められます。

$$\varepsilon'_{xx}(\omega) = 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \frac{1}{\omega_p^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_p = \sqrt{\frac{nq^2}{m}}$$

ダンピングのある場合のDrudeの式を ω_p を使って書き直すと

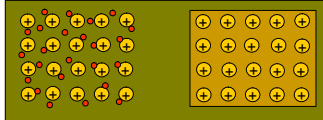
$$\left. \begin{aligned} \varepsilon'_{xx}(\omega) &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} \\ \varepsilon''_{xx}(\omega) &= \frac{\gamma\omega_p^2}{\omega(\omega^2 + \gamma^2)} \end{aligned} \right\} \quad \Rightarrow \quad \omega'_p = \sqrt{\omega_p^2 - \gamma^2}$$

においてゼロを横切ります

FAQ

金属結合

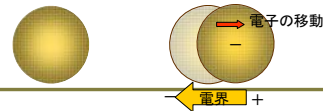
- 金属においては、原子同士が接近して、外殻のs電子は互いに重なり合い、各軌道は2個の電子しか収容できないので膨大な数の分子軌道を形成しています。
- 電子は、それらの分子軌道を自由に行き来し、もとの電子軌道から離れて結晶全体に広がります。これを非局在化といいます。
- 正の原子核と負の非局在電子の間には強い引力が働き、金属の凝集が起きます。
- この状態を指して、**電子の海に正の原子核が浮かんでいる**と表現されます。



FAQ

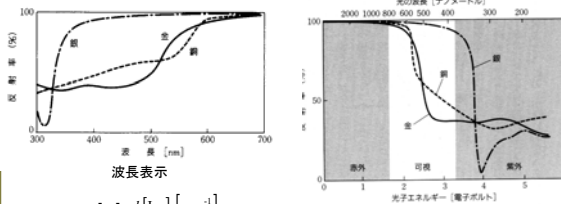
自由電子とプラズマとの関係が分からない

- 金属は電子がたくさんありますが、全体としては中性です。これは、電子による負電荷の分布の中心と原子核の正電荷の中心が一致しているからです。
- 光の電界を受けて電子が+側に移動すると、一側には正電荷が残されます。この結果電気分極が生じるのですが、このように正電荷と負電荷が空間的に分離した状態をプラズマというのです。



FAQ

金銀銅の反射スペクトル



$$E[\text{J}] = h[\text{J}\cdot\text{s}] \nu[\text{s}^{-1}] = \frac{h[\text{J}\cdot\text{s}] c[\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]}{\lambda[\text{m}]}$$

エネルギー表示

$$E[\text{eV}] = \frac{h[\text{J}\cdot\text{s}] c[\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]}{\lambda[\text{m}][\text{C}]} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 2.998 \times 10^8}{\lambda[\text{nm}] \times 10^{-9} \times 1.602 \times 10^{-19}} = \frac{1240}{\lambda[\text{nm}]}$$

佐藤勝昭：金色の石に魅せられて

FAQ

貴金属の選択反射の原因

- 光は電磁波の一種です。つまりテレビやラジオの電波と同じように電界と磁界が振動しながら伝わっていきます。
- 金属中に光が入ると金属中に振動電界ができ、この電界を受けて自由電子が加速され集団的に動きます。
- 電子はマイナスの電荷を持っているので、電位の高い方に引き寄せられます。その結果電位の高い方にマイナスの電荷がたまり、電位の低い側にプラスの電荷がたまって、**電気分極**が起きます。
- 外から金属に光の電界が進入しようとする、逆向きの電気分極が生じて電界を遮蔽してしまつて、**光は金属中に入れません**。光が入れないということは、いいかえれば、光が全部反射されてしまうということの意味します。

貴金属

銅 [Ar] 3d¹⁰ 4s¹
銀 [Kr] 4d¹⁰ 5s¹
白金 [Xe] 4f¹⁴ 5d¹⁰ 6s¹

Cu ²⁺	3d ⁹ 4s
Pd ²⁺	4d ⁸ 5s
Ag ⁺	4d ¹⁰ 5s
Pt ²⁺	5d ⁸ 6s
Au ³⁺	5d ⁸ 6s

WebElementsTM Periodic table (http://www.webelements.com) より

磁界がかかっており束縛項がない場合: マグネトプラズマ共鳴

- $\omega_0=0, \gamma=0$ を代入しますと

$$\epsilon_{xx}(\omega) = 1 - \frac{nq^2}{m\epsilon_0} \frac{1}{\omega^2 - \omega_c^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2}$$

$$\epsilon_{yy}(\omega) = \frac{nq^2}{m\epsilon_0} \frac{-i\omega_c}{\omega(\omega^2 - \omega_c^2)} = -i \frac{\omega_p^2 \omega_c}{\omega(\omega^2 - \omega_c^2)}$$

$$\epsilon_{zz}(\omega) = 1 - \frac{nq^2}{m\epsilon_0} \frac{1}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

$\omega = \omega_c$ で発散

$\omega^2 = \omega_p^2 + \omega_c^2$ でゼロを横切る
マグネトプラスマ共鳴

ホール効果 (直流において、自由電子のみを考え、磁界のある場合)

- DCにおいては、 $\omega \rightarrow 0$ とすることにより、次式を得ます。 σ_{xx} はx方向に電流が流れたときy方向に電圧が生じることを表していますから、まさにホール効果を記述するものとなっています。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx}(0) &= \frac{nq^2}{m} \frac{1}{\omega_c^2 + \gamma^2} = \frac{nq^2}{m\gamma} \frac{\gamma}{\omega_c^2 + \gamma^2} = \frac{nq\mu}{m\gamma} \frac{\gamma^2}{\omega_c^2 + \gamma^2} = \frac{\sigma_0}{(\omega_c/\gamma)^2 + 1} \\ \sigma_{yy}(0) &= \frac{nq^2}{m} \frac{\omega_c}{\omega_c^2 + \gamma^2} = \frac{nq^2}{m\gamma} \frac{\gamma\omega_c}{\omega_c^2 + \gamma^2} = -\sigma_0 \frac{\omega_c/\gamma}{(\omega_c/\gamma)^2 + 1} \\ \sigma_{zz}(0) &= \frac{nq^2}{m} \frac{1}{\gamma} = \frac{nq\mu}{m\gamma} = \sigma_0 \end{aligned} \right\} (4.18)$$

ここに σ_0 は直流伝導率です。抵抗率テンソルに変換すると次式になります。

$$\left. \begin{aligned} \rho_{xx} = \rho_{yy} &= \frac{1}{\sigma_0} \\ \rho_{xy} &= R_H B \end{aligned} \right\} (4.19) \quad \hat{\rho} = \begin{pmatrix} 1/\sigma_0 & -R_H B & 0 \\ R_H B & 1/\sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sigma_0 \end{pmatrix}$$

磁界がかかっていて、束縛がなく、散乱のない場合

$$\epsilon_{xx}(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2}$$

$$\epsilon_{yy}(\omega) = -i \frac{\omega_p^2 \omega_c}{\omega(\omega^2 - \omega_c^2)}$$

$$\epsilon_{zz}(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

$$n_z^2 = \epsilon_{xx} \pm i\epsilon_{yy} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega^2 - \omega_c^2)} (\omega \pm \omega_c) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega \mp \omega_c)} \quad (4.21)$$

図 4.3 InSb のマグネトプラスマ分散スペクトル

Feの磁気光学効果は古典電子論で説明できるか?

$$\epsilon_{xy}(\omega) = -\frac{nq^2}{m\epsilon_0} \frac{i\omega\omega_c}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2\omega_c^2} \quad (4.10)$$

- 比誘電率の非対角成分の大きさ: 最大5の程度
- キャリア密度 $n = 10^{22} \text{ cm}^{-3} = 10^{28} \text{ m}^{-3}$
- $\hbar\omega = \hbar\omega_0 = 2eV$ $\hbar\gamma = 0.1eV$

→ $B=3000T$ という非現実的な磁界が必要

→ **磁気光学効果の量子論**
*スピン軌道相互作用によって初めて説明可能

量子論に向けて

- 古典電子論では、電子が原子核にバネに結びついているイメージで説明しました。
- しかし、実際には、電子は原子核の付近にクーロン力で束縛され、その軌道のエネルギーは、量子数で指定されるとびとびの値をとります。
- 誘電率とは、物質に電界が加わったときの分極の大きさやさを表す物理量です。分極とは、電界によって電子の波動関数の分布の形がゆがみ、重心(負電荷)が原子核(正電荷)の位置からずれることを意味します。
- 波動関数の分布のゆがみは、量子力学では、基底状態の波動関数に、励起状態の波動関数が混じり込むことによって生じます。この変化の様子を説明するのが「摂動論」です。

電子分極のミクロな扱い: 対角成分

$$\chi_{xx}(\omega) = \frac{2Nq^2}{h\epsilon_0} \sum_j \omega_{j0} \left(|j\rangle \langle 0| \right)^2 \left[\frac{1}{\omega_{j0}^2 - \omega^2} \right]$$

$$= \frac{2Nq^2}{h\epsilon_0} \left(\frac{\omega_{10} \langle 1|x|0\rangle^2}{\omega_{10}^2 - \omega^2} + \frac{\omega_{20} \langle 2|x|0\rangle^2}{\omega_{20}^2 - \omega^2} + \dots \right)$$

振動を受けた波動関数 = 無振動系の固有関数で展開

量子力学入門

- 量子力学では、電子は波動関数 ϕ で表されます。
- 波動関数の絶対値の2乗 $|\phi|^2$ が存在確率を与えます。
- 電子の状態を記述するには、運動方程式の代わりに、シュレーディンガー方程式の波動方程式を用います。
- シュレーディンガー方程式は、 $H\phi = E\phi$ と書きます。ここにHはハミルトニアン演算子、Eはエネルギーの固有値です。
- ハミルトニアン演算子Hは、運動量演算子p、ポテンシャルエネルギー演算子Vを用いて $H = -(1/2m)p^2 + V$ となります。ここにpは、 $p = -i\hbar\nabla$ によって表される演算子です。

? 運動量の期待値は、 p を ϕ^* と ϕ で挟み全空間で積分して求めます。

$$\langle p \rangle = \int \phi^* p \phi d\tau$$

課題

- 式(4.7)から式(4.9)が導かれることを確かめてください。
- 今回の講義の感想・質問等を書いてください。